

September 5, 2022

Prijemi ispit iz matematike

413. (1) Uprostiti izraz

$$\left[\frac{a+1}{a^3-1} \cdot \frac{a^3+1}{a} \right] : \left[\frac{(a-1)^2+a}{(a+1)^2-a} \cdot \frac{a}{a-1} \right].$$

414. (2) Rešiti jednačinu

$$3 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 36 = 0.$$

415. (3) Rešiti jednačinu

$$\frac{\log x + \log(2x-4)}{\log(3x-8)} = 2.$$

416. (4) Ako je

$$f(x) = \frac{x-9}{x+9},$$

izračunati $f(f(x))$.

Prijemi ispit iz matematike

417. (1) Dokazati

$$\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{8}{4} \right) : \frac{6}{5} + 7 - \frac{9}{2} \right]^{-1} = \frac{18}{25}.$$

418. (2) Uprostiti izraz

$$\left(\frac{1}{x-3y} - \frac{1}{x+3y} + \frac{6y}{x^2-9y^2} \right) : \frac{y(2x+y)}{x^2-9y^2}.$$

419. (3) Rešiti jednačinu

$$\log_2(x^2 - 8x + 20) = 2.$$

2022 septembar

413. (1) Ako je I dat izraz, tada je

$$\begin{aligned} I &= \frac{a+1}{(a-1)(a^2+a+1)} \cdot \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a} : \left[\frac{a^2-a+1}{a^2+a+1} \cdot \frac{a}{a-1} \right] \\ &= \left(\frac{a+1}{a} \right)^2. \end{aligned}$$

414. (2) Smena $2^x = t$ daje kvadratnu jednačinu

$$t^2 - t - 12 = 0, \quad (t-4)(t+3) = 0$$

čija su rešenja $t_1 = 4$ i $t_2 = -3$, tako da je $2^x = 4$ tj. $x_1 = 2$, i $2^x = -3$ što nema rešenja.

415. (3) Jednačina ima smisla ako je $x > 0$, $2x-4 > 0$, $3x-8 > 0$ i $3x-8 \neq 1$, što daje domen definisanosti $x \in (\frac{8}{3}, 3) \cup (3, +\infty)$. Transformacije daju

$$\log x(2x-4) = \log(3x-8)^2, \quad 2x^2 - 4x = 9x^2 - 48x + 64.$$

$$\begin{aligned} 7x^2 - 44x + 64 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{44 \pm \sqrt{44^2 - 4 \cdot 7 \cdot 64}}{14} = \frac{44 \pm 4\sqrt{11^2 - 7 \cdot 16}}{14} = \frac{22 \pm 2\sqrt{9}}{7} = \frac{22 \pm 6}{7}, \end{aligned}$$

tako da je $x_1 = 4$, i $x_2 = \frac{16}{7}$. Polazna jednačina i kvadratna jednačina nisu ekvivalentne pa je $x = 4$ jedino rešenje, dok se drugo odbacuje.

416. (4)

$$f(f(x)) = f\left(\frac{x-9}{x+9}\right) = \frac{\frac{x-9}{x+9} - 9}{\frac{x-9}{x+9} + 9} = \frac{x-9-9x-81}{x-9+9x+81} = \frac{-8x-90}{10x+72} = -\frac{4x+45}{5x+36}.$$

2022 IZZS

417. (1)

$$\left[\frac{2-6}{3} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{2} \right]^{-1} = \left[-\frac{20}{18} + \frac{5}{2} \right]^{-1} = \left[-\frac{10}{9} + \frac{5}{2} \right]^{-1} = \left[\frac{-20+45}{18} \right]^{-1} = \left(\frac{25}{18} \right)^{-1} = \frac{18}{25}.$$

418. (2) Transformacije daju

$$\frac{x+3y-x+3y+6y}{x^2-9y^2} \cdot \frac{x^2-9y^2}{y(2x+y)} = \frac{12}{2x+y}.$$

419. (3)

$$x^2 - 8x + 20 = 4, \quad x^2 - 8x + 16 = 0, \quad (x-4)^2 = 0, \quad x = 4.$$